

Corrigé Exercices Thermo Chap 1

Exercice 1:

Système fermé = { voiture }

1^{er} Principe:

$$\Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U = W + Q$$

Pas d'énergie échangée avec le milieu extérieur: $W=0, Q=0$ (car transformation rapide)
Pas de variation d'énergie potentielle de pesanteur:

$$\Delta E_c + \Delta U = 0$$

$$\Delta U = -\Delta E_c$$

$$mC(T_f - T_i) = -\frac{1}{2}Mv_f^2 + \frac{1}{2}Mv_i^2$$

$$T_f - T_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{Mv_i^2}{mC}$$

$$T_f - T_i = \frac{1}{2} \cdot \frac{10^3 \cdot \left(\frac{108 \cdot 10^3}{3600}\right)^2}{4 \times 3 \times 0,4 \cdot 10^3}$$

$$T_f - T_i = 94^\circ \text{C}$$

Exercice 2:

Système fermé: { masse m d'eau }

$$1^{\text{er}} \text{ Principe: } \Delta E_c + \Delta E_p + \Delta U = W + Q$$

Transformation rapide sans échange d'énergie avec le milieu extérieur:

$$W=0 \quad Q=0$$

Hyp eu+: pas de variation d'énergie cinétique

$$\Delta E_p + \Delta U = 0$$

$$\Delta U = -\Delta E_p$$

$$mC(T_f - T_i) = -mg(z_f - z_i) = -mg(-h) = mgh$$

$$T_f - T_i = \frac{gh}{C}$$

$$T_f - T_i = \frac{9,8 \cdot 50}{4,18 \cdot 10^3} = 0,12^\circ \text{C}$$

Exercice 3:

1)- Système { gaz } . le premier principe pendant dt s'écrit:

$$dU = \delta W + \delta Q$$

Par unité de temps on a:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{\delta W}{dt} + \frac{\delta Q}{dt} = \dot{W} + \dot{Q}$$

$\dot{W}$: puissance mécanique $\Rightarrow \dot{W} = -75 \text{ J.s}^{-1} = -75 \text{ W}$ (car détente)

$\dot{Q}$: puissance thermique $\Rightarrow \dot{Q} = 100 \text{ W}$ (transfert reçu)

reçus algébriquement par le gaz.

Alors $\frac{dU}{dt} = -75 + 100 = 25 \text{ W} \Rightarrow$ l'énergie interne augmente de 75 par seconde

2)- Comparaison:

chauffage isochore:



piston bloqué $\Rightarrow V_c^{\text{st}}, W=0$

1^{er} Principe appliqué au gaz:

$$\Delta U = W + Q$$

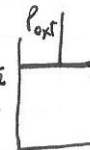
$$\Delta U = Q_V$$

$\hookrightarrow$ tout le transfert thermique sert au chauffage du gaz donc à l'augmentation de U.

chauffage isobare



$$P_{\text{ext}} = C^{\text{sta}} \\ P = P_{\text{ext}} = C^{\text{ste}}$$



1^{er} Principe appliqué au gaz:

$$\Delta U = W + Q_p = -P_{\text{ext}}(V_f - V_i) + Q_p$$

$$\hookrightarrow Q_p = \Delta U + P_{\text{ext}}(V_f - V_i)$$

le transfert thermique sert à augmenter U mais est aussi transformé en énergie mécanique transférée à l'extérieur.
Une même énergie thermique ne fera pas augmenter U aussi rapidement!

En termes de puissances:

chauffage isobare: $\dot{Q}_p = \left(\frac{dU}{dt}\right)_{\text{isobare}} + P_{\text{ext}} \frac{dV}{dt}$
chauffage isochore: $\dot{Q}_V = \left(\frac{dU}{dt}\right)_{\text{isochore}} \left\{ \text{si } \dot{Q}_V = \dot{Q}_p \Rightarrow \left(\frac{dU}{dt}\right)_{\text{isochore}} > \left(\frac{dU}{dt}\right)_{\text{isobare}} \right.$

3) - L'univers est un système isolé, ainsi son entropie ne peut qu'augmenter d'après le 2^e Principe. $\Delta S_{\text{univers}} = \Delta S_{\text{air}} > 0$.
 En ce qui concerne une plante (ou un animal), c'est un système non thermiquement isolé, ainsi: $\Delta S = \Delta S_{\text{éch}} + \Delta S_{\text{air}}$.
 Avec $\Delta S_{\text{éch}} < 0$, c'est possible d'avoir $\Delta S < 0$ et donc une diminution du désordre, c'est-à-dire un système plus organisé, plus ordonné. Ce système a effectué un transfert d'entropie vers l'extérieur qui lui est du coup + désordonné!

4) - a - le ballon pucé a, initialement et pendant toute la transformation, une pression plus élevée que la pression de l'air de la pièce. La transformation est quasi-statique (on connaît P et T de l'hélium dans le ballon à tout moment) mais elle est irréversible: $P_{\text{hélium}} \neq P_{\text{ext}}$.

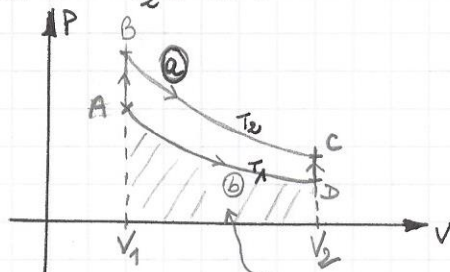
b - L'ensemble {air de la pièce + hélium} est un système isolé, donc son entropie a augmenté d'après le 2^e Principe.

Exercice 4:

Détente d'un gaz parfait de $V_1 = 10\text{L}$ à $V_2 = 50\text{L}$
 $T_1 = 25^\circ\text{C}$ $T_2 = 100^\circ\text{C}$

(a) $A \rightarrow B \rightarrow C$
 Chauffage isochore
 suivi d'une détente isotherme à 100°C

(b) détente isotherme à $T_1 = 25^\circ\text{C}$
 suivi d'un chauffage isochore
 $A \rightarrow D \rightarrow C$



graphiquement on voit que le transfert mécanique par la voie (b), $|W_b|$ est plus faible que celui par la voie (a) (correspondant à l'aire sous la courbe BC).

Le transfert mécanique reçu dans chaque cas est négatif car il est effectivement donné au milieu extérieur.

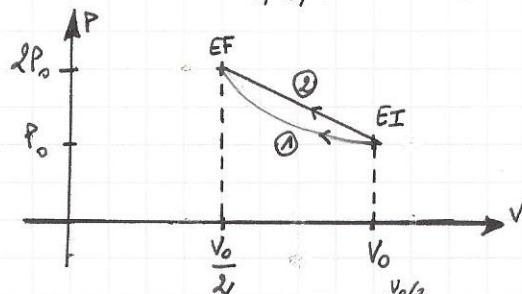
Calcul: $W_{(a)} = \int_{\text{voie (a)}} -P_{\text{ext}} dV = W_{AB} + W_{BC} = 0 - \int_{V_1}^{V_2} mRT_2 \frac{dV}{V} = -mRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1}$

$W_{(b)} = \int_{\text{voie (b)}} -P_{\text{ext}} dV = W_{AD} + W_{DC} = - \int_{V_1}^{V_2} mRT_1 \frac{dV}{V} + 0 = -mRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$

On vérifie bien: $|W_{(a)}| = nRT_2 \ln \frac{V_2}{V_1} > |W_{(b)}| = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}$ car $T_2 > T_1$.
 transfert mécanique donné au milieu extérieur

Exercice 5:

$n = 1\text{mol}$ de GP: $P_0, V_0, T_0 = 300\text{K}$ (Etat initial)



$W_{(a)} > 0$ et $W_{(2)} > 0$

L'aire sous la courbe (1) est plus petite que l'aire sous la courbe (2) ainsi on peut dire que $W_{(1)} < W_{(2)}$

Calcul de $W_{(1)}$: $W_{(1)} = - \int_{V_0}^{V_0/2} P_{\text{ext}} dV = - \int_{V_0}^{V_0/2} mRT_0 \frac{dV}{V} = -mRT_0 \ln \frac{V_0}{2V_0}$

$W_{(1)} = +mRT_0 \ln 2$

A.N.: $W_{(1)} = 1 \times 8,31 \times 300 \times \ln 2$ $W_{(1)} = 1,73\text{kJ}$

Calcul de $W_{(2)}$: $W_{(2)} = \text{aire sous la courbe (2)}$

$W_{(2)} = P_0 \times (V_0 - \frac{V_0}{2}) + \frac{1}{2} P_0 (V_0 - \frac{V_0}{2}) = P_0 \frac{V_0}{2} + \frac{P_0 V_0}{4} = \frac{3}{4} P_0 V_0$

$W_{(2)} = \frac{3}{4} mRT_0$

A.N. $W_{(2)} = 8,31 \cdot 300 \cdot \frac{3}{4}$ $W_{(2)} = 1,87\text{kJ}$

Transformation (1): $\Delta U_{(1)} = W_{(1)} + Q_{(1)}$ or isotherme $\Rightarrow \Delta U_{(1)} = 0$ (1^{ère} loi de Joule)

donc $Q_{(1)} = -W_{(1)} = -1,73\text{kJ}$

Transformation (2): on a aussi $\Delta U_{(2)} = 0$ (mêmes EF et EI que (1))

et $\Delta U_{(2)} = W_{(2)} + Q_{(2)}$

$Q_{(2)} = \Delta U_{(2)} - W_{(2)} = -W_{(2)}$

$Q_{(2)} = -1,87\text{kJ}$

Exercice 6 :

$$W = -P_{\text{ext}} (V_f - V_i) \Rightarrow W = -10^5 \cdot (58 \cdot 10^{-6}) = -5,8 \text{ J}.$$

A pression extérieure constante

$$Q_p = \Delta H = m c_p (T_f - T_i) \Rightarrow Q = 216 \cdot 0,90 \cdot 100 = 19,10^3 \text{ kJ}$$

$$\Delta U = W + Q \approx Q \Rightarrow \Delta U = 19,10^3 \text{ kJ}$$

On constate $W \ll Q$. Ainsi un solide subit un chauffage où l'énergie thermique sert à augmenter son énergie interne et non à le dilater. On peut donc le considérer comme une phase condensée indilatable, évoluant de manière isochore, pour faire le bilan énergétique. ($\Delta U \approx \Delta H = Q_p$)

Exercice 7 : Erreur d'énoncé: $C_{v,m} = 20,41 + 3,10 \cdot 10^{-3} T - 0,46 \cdot 10^{-5} \frac{1}{T^2}$ ← ici

1) Chauffage isochore donc $Q_v = \Delta U = \int_{T_1}^{T_2} m C_{v,m} dT$

$$Q_v = m \int_{T_1}^{T_2} \left(20,41 + 3,10 \cdot 10^{-3} T - \frac{0,46 \cdot 10^{-5}}{T^2} \right) dT$$

$$Q_v = 2 \cdot \left[20,41 (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} \cdot 3,10 \cdot 10^{-3} (T_2^2 - T_1^2) + \frac{0,46 \cdot 10^{-5}}{T_2} - \frac{0,46 \cdot 10^{-5}}{T_1} \right]$$

$$Q_v = 2 \left[20,41 (100) + \frac{3,10 \cdot 10^{-3}}{2} (373^2 - 273^2) + 0,46 \cdot 10^{-5} \left(\frac{1}{373} - \frac{1}{273} \right) \right]$$

$$Q_v = 4,19 \text{ kJ}.$$

2) Si $C_{v,m} = \frac{5}{2} R = 20,8 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$, $Q_v = \Delta U = 2 C_{v,m} (T_2 - T_1)$

$$Q_v = 4,16 \text{ kJ}.$$

Les 2 valeurs sont très proches. Faire l'approximation $C_{v,m} \approx c^{\text{ste}}$ est assez raisonnable. (erreur de 1%).

Exercice 8 : chauffage isobare d'un gaz réel $\Rightarrow$ système : { gaz réel }

$$Q_p = \Delta H = m c_p (T_f - T_i) \quad \text{A.N. } Q_p = 10 \cdot 2,02 \cdot 10$$

$$Q_p = 202 \text{ J}$$

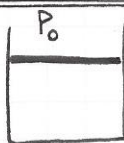
$$W = -P_{\text{ext}} (V_f - V_i) \Rightarrow W = 4 \cdot 10^5 \cdot 30 \cdot 10^{-6} = -12 \text{ J}.$$

Alors: $\Delta U = W + Q_p$

$$\Delta U = -12 + 202 = 190 \text{ J}$$

et $\Delta H = Q_p = 202 \text{ J}.$

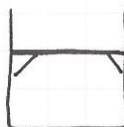
Exercice 9 :



a) - $C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v$ $C_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p$ $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

b) - $P_0 h S = n R T_0$ avec $T_0 = 300 \text{ K}$ $P_0 = 1 \text{ bar}$
 $S = 10^{-2} \text{ m}^2$ $n = 0,1 \text{ mol}$

$$h = \frac{n R T_0}{P_0 S} \quad \text{A.N. } h = 25 \text{ cm}.$$



c) Piston bloqué $\Rightarrow$ chauffage isochore.

d) $W = 0$ et $Q = \Delta U = n C_{v,m} (T_f - T_i) = n \frac{R}{\gamma - 1} (T_f - T_i)$
 A.N. $Q = \Delta U = 0,1 \cdot \frac{8,31}{0,4} (50 - 27)$

$$Q = \Delta U = 47,8 \text{ J} \approx 48 \text{ J}.$$



e) Piston libéré $\Rightarrow$ chauffage isobare (si quasi-statique) ou monobare (si brutal)

f) $W = -P_0 (V_f - V_i)$
 $W = -P_0 V_f + P_0 V_i = -n R T_f + n R T_i = n R (T_i - T_f)$

$$\text{A.N. } W = 0,1 \cdot 8,31 (50 - 27) = -19 \text{ J}.$$

$$Q = \Delta H = n R \frac{\gamma}{\gamma - 1} (T_f - T_i)$$

$$Q = 0,1 \cdot 8,31 \cdot \frac{1,4}{0,4} (50 - 27) \Rightarrow Q = 67 \text{ J}.$$

Le chauffage isobare demande plus d'énergie thermique car une partie de cette énergie est perdue en travail donné au milieu extérieur.

Exercice 10 :

1) cf cours. $\Rightarrow$ détente isoénergétique ($U = c^{\text{ste}}$)

2) $dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV \Rightarrow \Delta S = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + n R \ln \frac{V_2}{V_1}$

Comme $T_2 = T_1$ par un GP alors $\Delta S = n R \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$ car $V_2 > V_1$.

$\Delta S = S_{\text{créé}}$ et on obtient bien $S_{\text{créé}} > 0$, conformément au 2^e Principe.

Exercice 11:

EI: $P_0 = 1 \text{ bar}$
 $T_0 = 300 \text{ K}$
 $V_0 = 1,00 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$

compression adiabatique réversible d'un GP à $\gamma = c_{\text{ste}}$

EF: P_f
 T_f
 $V_f = \frac{V_0}{2}$

Loi de Laplace: $P_f V_f^\gamma = P_0 V_0^\gamma \Rightarrow P_f = P_0 \left(\frac{V_0}{V_f}\right)^\gamma$
 $P_f = P_0 (2)^\gamma$ A.N. $P_f = 1 \cdot (2)^{1,67}$
 $P_f = 3,18 \text{ bar}$

$T_f V_f^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1} \Rightarrow T_f = T_0 \left(\frac{V_0}{V_f}\right)^{\gamma-1}$ A.N. $T_f = 300 (2)^{\gamma-1}$
 $T_f = 300 (2)^{0,67}$
 $T_f = 477 \text{ K}$

Exercice 12:

a) $C_{v,m} = \frac{a}{23,83} + \frac{b}{22,15 \cdot 10^{-3} T} \Rightarrow dS = \frac{dU}{T} + \frac{P}{T} dV$ (identité thermodynamique)

$dS = n \frac{(a+bT)dT}{T} + nR \frac{dV}{V}$

intégration $\downarrow$

$S = na \ln T + nbT + nR \ln V + c^{\text{ste}}$ ou $\Delta S = na \ln \frac{T_f}{T_i} + nb(T_f - T_i) + nR \ln \frac{V_f}{V_i}$

b) $\Delta S = 5 \cdot 23,83 \ln \frac{400}{298} + 5 \cdot 22,15 \cdot 10^{-3} (400 - 298) + 0$

$\Delta S = 46,4 \text{ J.K}^{-1}$

Exercice 13:

a) Refroidissement isochore: EI $\longrightarrow$ EF

système {1 mol d'hélium}

$T_0 = 300 \text{ K}$
 V_0
 $P_0 V_0 = nRT_0$

$T_f = 273 \text{ K}$
 $V_f = V_0$
 $P_f = \frac{nRT_f}{V_0} = P_0 \frac{T_f}{T_0} = 0,91 P_0$

$\Delta S = n C_{v,m} \ln \frac{T_f}{T_0} + nR \ln \frac{V_f}{V_0}$ hyp: GP. ! $C_{v,m} = \frac{3}{2} R$ pour gaz monoatomique (4)

Or $V_f = V_0$ donc $\Delta S = n C_{v,m} \ln \frac{T_f}{T_0}$ A.N. $\Delta S = 1 \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \ln \frac{273}{300}$

$\Delta S = -1,18 \text{ J.K}^{-1}$

$S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_e} = \frac{Q}{T_f}$ avec $Q = \Delta U$ (isochore)

$S_{\text{éch}} = \frac{\Delta U}{T_f} = \frac{n C_{v,m} (T_f - T_0)}{T_f}$ A.N. $S_{\text{éch}} = \frac{\frac{3}{2} \cdot 8,31 (273 - 300)}{273}$

$S_{\text{éch}} = -1,23 \text{ J.K}^{-1}$

$S_{\text{créé}} = \Delta S - S_{\text{éch}}$ (2^e Principe appliqué au gaz)

$S_{\text{créé}} = -1,18 + 1,23 \Rightarrow S_{\text{créé}} = 0,05 \text{ J.K}^{-1} > 0$ conforme au 2^e Principe.

b) - Compression isotherme réversible à $T_f = 300 \text{ K}$.

EI: $P_1, V_0, T_1 \longrightarrow$ EF $P_2, \frac{V_0}{2}, T_2 = T_1$

$\Delta S = n C_{v,m} \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \Delta S = 0 + nR \ln \frac{1}{2} = -nR \ln 2$
 $\Delta S = -5,8 \text{ J.K}^{-1}$

$S_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_1}$

Or $Q = \Delta U - W$ avec $W = - \int_{V_0}^{V_0/2} P dV = -nRT_1 \ln \frac{V_0}{2V_0} = +nRT_1 \ln 2$

$\Delta U = 0$ car $T_2 = T_1 \Rightarrow Q = -W = -nRT_1 \ln 2$

Ainsi $S_{\text{éch}} = \frac{-nRT_1 \ln 2}{T_1} = -nR \ln 2$ $S_{\text{éch}} = -5,8 \text{ J.K}^{-1}$

$S_{\text{créé}} = \Delta S - S_{\text{éch}} = 0$ ce qui est conforme au 2^e Principe -

Exercice 14:

système : { fer à cheval de masse m }

transformation : refroidissement à pression constante de $T_1 = 873\text{K}$
à $T_2 = 293\text{K}$

a) $\Delta S = mc \ln \frac{T_2}{T_1}$ (variation d'entropie d'une phase condensée incompressible indilatable).

$$\Delta S = 400 \cdot 0,46 \ln \frac{293}{873}$$

$$\Delta S = -201 \text{ J.K}^{-1}$$

b) $\mathcal{J}_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_{\text{ext}}} = \frac{Q}{T_2}$ or $Q = \Delta H$ car isobare
 $Q = mc(T_2 - T_1)$

$$\mathcal{J}_{\text{éch}} = \frac{mc(T_2 - T_1)}{T_2}$$

A.N.: $\mathcal{J}_{\text{éch}} = \frac{400 \cdot 0,46 (293 - 873)}{293} = -364 \text{ J.K}^{-1}$

c) $\mathcal{J}_{\text{créé}} = \Delta S - \mathcal{J}_{\text{éch}} \Rightarrow \mathcal{J}_{\text{créé}} = mc \ln \frac{T_2}{T_1} - mc \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right)$

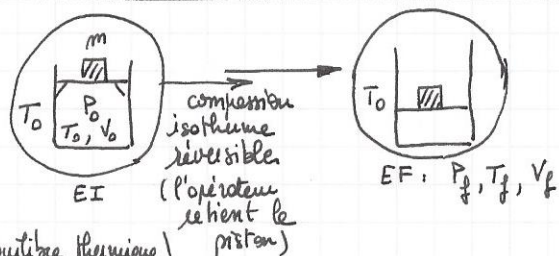
$$\mathcal{J}_{\text{créé}} = mc \left(\frac{T_1}{T_2} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_2} \right)$$

$x - 1 - \ln x > 0$

A.N. $\mathcal{J}_{\text{créé}} = 163 \text{ J.K}^{-1} > 0$ conforme au 2^e Principe.

Exercice 15:

système : { gaz parfait }



Etat final: $T_f = T_0$ (équilibre thermique)

$P_f = P_0 + \frac{mg}{S}$ (équilibre mécanique du piston)

$$V_f = \frac{nRT_0}{P_f}$$

$$W = - \int_{V_0}^{V_f} P_{\text{ext}} dV = -nRT_0 \int_{V_0}^{V_f} \frac{dV}{V} = -nRT_0 \ln \frac{V_f}{V_0} = nRT_0 \ln \frac{P_f}{P_0}$$

$$W = nRT_0 \ln \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} \right) = P_0 h_0 S \ln \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} \right)$$

• $Q = \Delta U - W$ (1^{er} Principe appliqué au gaz)

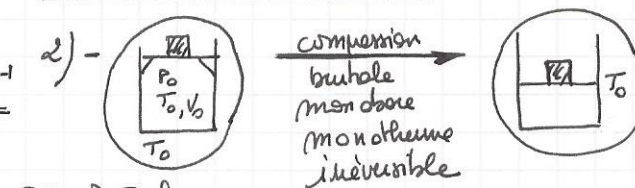
or $\Delta U = 0$ car $T_f = T_0$ donc $Q = -W = -P_0 h_0 S \ln \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} \right)$

• $\Delta S = mc_{p,m} \ln \frac{T_f}{T_0} - nR \ln \frac{P_f}{P_0} = 0 - nR \ln \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} \right)$

$$\Delta S = -\frac{P_0 h_0 S}{T_0} \ln \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} \right)$$

• $\mathcal{J}_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_0} = -\frac{P_0 h_0 S}{T_0} \ln \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} \right)$

• $\mathcal{J}_{\text{créé}} = \Delta S - \mathcal{J}_{\text{éch}} = 0$ la transformation est réversible.



EI: P_0, T_0, h_0
 $nRT_0 = P_0 V_0 = P_0 h_0 S$

EF: $T_f = T_0$ (équilibre thermique)
 $P_f = P_0 + \frac{mg}{S}$ (équilibre du piston)

$$V_f = \frac{nRT_0}{P_f} = h_f S$$

• $W = - \int_{V_0}^{V_f} P_{\text{ext}} dV = - \left(P_0 + \frac{mg}{S} \right) \int_{V_0}^{V_f} dV$

$$W = - \left(P_0 + \frac{mg}{S} \right) (V_f - V_0) = - \left(P_0 + \frac{mg}{S} \right) \left(\frac{nRT_0}{P_f} - \frac{nRT_0}{P_0} \right)$$

$$W = -nRT_0 \left(1 - \frac{P_f}{P_0} \right) = P_0 h_0 S \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} - 1 \right)$$

$$W = P_0 h_0 S \left(\frac{mg}{P_0 S} \right) = mgh_0$$

• $Q = \Delta U - W = -W$ car $\Delta U = 0$

$$Q = -mgh_0$$

• $\Delta S = -\frac{P_0 h_0 S}{T_0} \ln \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} \right)$

(même résultat qu'au 1) car mêmes états initial et final)

• $\mathcal{J}_{\text{éch}} = \frac{Q}{T_0} = -\frac{mgh_0}{T_0}$

• $\mathcal{J}_{\text{créé}} = \Delta S - \mathcal{J}_{\text{éch}} = -\frac{P_0 h_0 S}{T_0} \ln \left(1 + \frac{mg}{P_0 S} \right) + \frac{mgh_0}{T_0}$

$\mathcal{I}_{cree} > 0$ car on peut aussi l'écrire :

$$\mathcal{I}_{ech} = \frac{Q}{T_0} = \frac{-W}{T_0} = \frac{+nRT_0 \left(1 - \frac{P_f}{P_0}\right)}{T_0} = +nR \left(1 - \frac{P_f}{P_0}\right)$$

$$\Delta S = -nR \ln \frac{P_f}{P_0}$$

donc $\mathcal{I}_{cree} = \Delta S - \mathcal{I}_{ech} = -nR \ln \frac{P_f}{P_0} - nR \left(1 - \frac{P_f}{P_0}\right)$

$$\mathcal{I}_{cree} = nR \left(\frac{P_f}{P_0} - 1 - \ln \frac{P_f}{P_0} \right)$$

$$x - 1 - \ln x > 0$$

$\mathcal{I}_{cree} > 0$ la transformation est irréversible conforme au 2^e Principe

Exercice 16:

- a) - Équilibre thermique à l'état final : $T_f = T_0 = 293K$
Équilibre mécanique du piston : $P_f = P_0$. $P_f = 10^5 Pa$.

$$V_f = \frac{nRT_f}{P_f} = \frac{nRT_0}{P_0} \quad \text{Or } V_i = \frac{nRT_0}{2P_0} \quad \text{donc } V_i = \frac{V_f}{2} \Rightarrow V_f = 2V_i$$

$$V_f = \frac{1.8,31.293}{10^5} = 24,3L \quad (V_i = 12,2L)$$

b) - $W = - \int_{V_i}^{V_f} P_{ext} dV = -P_0 (V_f - V_i) = -nRT_0 + P_0 \frac{V_f}{2} = -nRT_0 + \frac{nRT_0}{2}$

$$W = - \frac{nRT_0}{2}$$

$$W = - \frac{1.8,31.293}{2} \quad W = -1,22 kJ$$

$$Q = \Delta U - W \quad (1^{er} \text{ Principe appliqué au gaz})$$

Or $\Delta U = 0$ car $T_f = T_i$

donc $Q = -W = + \frac{nRT_0}{2} \quad Q = +1,22 kJ$

c) $\Delta S = nC_{pm} \ln \frac{T_f}{T_i} - nR \ln \frac{P_f}{P_i} = 0 - nR \ln \frac{P_0}{2P_0} = nR \ln 2$

$$\Delta S = 8,31. \ln 2 = 5,8 J.K^{-1}$$

$$\mathcal{I}_{ech} = \frac{Q}{T_0} = \frac{nRT_0}{2T_0} = \frac{nR}{2}$$

$$\mathcal{I}_{ech} = 4,2 J.K^{-1}$$

$$\mathcal{I}_{cree} = \Delta S - \mathcal{I}_{ech} = nR \ln 2 - \frac{nR}{2} = nR \left(\ln 2 - \frac{1}{2} \right) > 0$$

$$\mathcal{I}_{cree} = 1,6 J.K^{-1}$$

Exercice 17

$$\left(\begin{array}{c} V_0, P_1 \\ T_0 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} V_0, P_2 \\ T_0 \end{array} \right)$$

État initial

transformation
lente, irréversible

$$\left(\begin{array}{c} V_{1f}, P_f, T_f \\ V_{2f}, P_f, T_f \end{array} \right)$$

État final

- 1) A l'état final l'équilibre mécanique du piston permet d'écrire que les 2 gaz ont même pression P_f .
Pour trouver T_f , on applique le 1^{er} Principe à l'ensemble des 2 gaz c'est-à-dire à tout ce qu'il y a dans l'enceinte cylindrique :

$$\Delta U_{tot} = W + Q \quad \text{avec } \Delta U_{tot} = \Delta U_1 + \Delta U_2 = C_{v1}(T_f - T_0) + C_{v2}(T_f - T_0)$$

Or $W = 0$ (piston rigide)
 $Q = 0$ (paroi adiabatique)

donc $(C_{v1} + C_{v2})(T_f - T_0) = 0$ d'où $T_f = T_0$.

Apres : on a supposé que les 2 gaz sont en équilibre thermique à T_f dans l'état final (piston diatherme).

$T_f = T_0$ et

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{1f} + V_{2f} = 2V_0 \\ \frac{n_1 R T_0}{V_{1f}} = P_f = \frac{n_2 R T_0}{V_{2f}} = \frac{P_0 V_0}{V_{2f}} = \frac{P_1 V_0}{V_{1f}} \end{array} \right.$$

$$V_{1f} + V_{2f} = 2V_0 \Leftrightarrow P_1 \frac{V_0}{P_f} + P_2 \frac{V_0}{P_f} = 2V_0 \Leftrightarrow \frac{1}{P_f} (P_1 + P_2) = 2$$

$$P_f = \frac{P_1 + P_2}{2} \quad P_f = 2 \text{ bar}$$

$$2) \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = n_1 C_{p,1m} \ln \frac{T_f}{T_0} - n_1 R \ln \frac{P_f}{P_1} + n_2 C_{p,2m} \ln \frac{T_f}{T_0} - n_2 R \ln \frac{P_f}{P_2}$$

$$\Delta S = -n_1 R \ln \frac{P_1 + P_2}{2P_1} - n_2 R \ln \frac{P_1 + P_2}{2P_2}$$

$$\Delta S = -\frac{P_1 V_0}{T_0} \ln \left(\frac{P_1 + P_2}{2P_1} \right) - \frac{P_2 V_0}{T_0} \ln \left(\frac{P_1 + P_2}{2P_2} \right)$$

$$\Delta S = S_{cree} = -\frac{V_0}{T_0} \left(P_1 \ln \frac{P_1 + P_2}{2P_1} + P_2 \ln \frac{P_1 + P_2}{2P_2} \right)$$

(S_{ech} = 0)

= -0,52 bar

$S_{cree} > 0$ ce qui est conforme au 2^e Principe.

Exercice 18:

a) Compression isotherme d'un GP de $V_0 = 0,1 \text{ m}^3$ à $V_f = 0,01 \text{ m}^3$
(EI: T_0, P_0) EF: $T_f = T_0$ V_f et $P_f = \frac{nRT_f}{V_f} = \frac{P_0 V_0}{V_f}$

$$W = \int_{V_0}^{V_f} -P_{ext} dV = -nRT_0 \int_{V_0}^{V_f} \frac{dV}{V} = -nRT_0 \ln \frac{V_f}{V_0} = P_0 V_0 \ln 10 \quad \text{car } V_f = \frac{V_0}{10}$$

travail mécanique total reçu par le gaz.

$$W = 10^5 \cdot 10^{-1} \ln 10 \quad W = 23 \text{ kJ.}$$

le travail se décompose en un travail effectif reçu par le gaz, de la part de l'opérateur et en un travail effectué par l'atmosphère à la pression P_0 .

$$W_{atm} = \int_{V_0}^{V_f} -P_0 dV = -P_0 (V_f - V_0) = -P_0 V_0 \left(\frac{V_f}{V_0} - 1 \right) = -P_0 V_0 \left(\frac{1}{10} - 1 \right) = +\frac{9}{10} P_0 V_0$$

$$\text{A.N. } W_{atm} = 9,0 \text{ kJ.}$$

$$\text{d'où } W_{eff} = W - W_{atm} \Rightarrow W_{eff} = 14 \text{ kJ.} \quad (\text{travail reçu par le gaz dû à l'opérateur})$$

le transfert thermique reçu par le gaz se calcule en appliquant le 1^{er} Principe au gaz:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow Q = \Delta U - W$$

Or $\Delta U = 0$ car $T = \text{cte}$ donc $Q = -W$
le gaz fournit réellement un transfert thermique à l'extérieur.

$$b) \Delta U = \sum \frac{1}{2} n R (T_f - T_i) = \sum \frac{P_0 V_0}{RT_0} R (T_f - T_0)$$

$$\Delta U = \sum \frac{P_0 V_0}{T_0} (T_f - T_0)$$

$$\Delta U = \sum \frac{10^5 \cdot 0,1}{300} (323 - 300) \quad \Delta U = 1,92 \text{ kJ.}$$

$$\text{Or } Q = -22,15 \text{ kJ} \text{ donc } W = \Delta U - Q \Rightarrow W = 24,07 \text{ kJ.}$$

↖ reçu par le gaz!

le transfert mécanique reçu par le gaz dû à l'action de l'atmosphère s'écrit toujours:

$$W_{atm} = -P_0 V_0 \left(\frac{V_f}{V_0} - 1 \right) \quad W_{atm} = 9,0 \text{ kJ.}$$

$$\text{donc } W'_{eff} = W - W_{atm} \Rightarrow W'_{eff} = 24,07 - 9,00 = 15,07 \text{ kJ.}$$

le travail de la force pesante exercée par l'opérateur est un peu plus élevé en réalité.

Exercice 19:

1) Détente adiabatique irréversible monobare.

2) Etat initial: kP_0, V_0, T_0 $n=1 \text{ mol}$ → Etat final: $P_f = P_0$ (équilibre mécanique du piston)
 $kP_0 V_0 = nRT_0$
Pour trouver T_f , on applique le 1^{er} Principe au système {1 mol d'Helium}:

$$\Delta U = W + Q \Rightarrow \Delta U = W \quad \text{car } Q = 0.$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} n R (T_f - T_0) = W = - \int_{V_0}^{V_f} P_0 dV$$

$$\frac{3}{2} n R (T_f - T_0) = -P_0 (V_f - V_0)$$

$$\frac{3}{2} n R (T_f - T_0) = -n R T_f + \frac{n R T_0}{k}$$

$$\frac{3}{2} T_f + T_f = \frac{3}{2} T_0 + \frac{T_0}{k}$$

$$\frac{5}{2} T_f = T_0 \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{k} \right) \Rightarrow T_f = \frac{2}{5} T_0 \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{k} \right) = T_0 \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5k} \right) \quad T_f < T_0$$

$$V_f = \frac{nRT_f}{P_0} = kV_0 \frac{T_f}{T_0} = kV_0 \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5k} \right)$$

$$V_f = V_0 \left(\frac{3k}{5} + \frac{2}{5} \right) \quad V_f > V_0$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR (T_f - T_0) = \frac{3}{2} nRT_0 \left(\frac{T_f}{T_0} - 1 \right) = \frac{3}{2} kP_0V_0 \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5k} - 1 \right) = \frac{3}{2} kP_0V_0 \left(\frac{2-2k}{5k} \right)$$

$$\Delta U = P_0V_0 \left(\frac{3}{5} - \frac{3k}{5} \right) = \frac{3}{5} P_0V_0 (1-k)$$

$$\Delta H = \frac{5}{2} nR (T_f - T_0) = \frac{5}{2} kP_0V_0 \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5k} - 1 \right) = \frac{5}{2} kP_0V_0 \left(-\frac{2}{5} + \frac{2}{5k} \right)$$

$$\Delta H = P_0V_0 (1-k)$$

$Q = 0$ (car détente adiabatique) $\Rightarrow Q \neq \Delta H$ ce qui est normal car la transformation est monobare mais il n'y a pas d'équilibre mécanique à l'état initial.

$$3) \Delta S = \mathcal{J}_{crée} \text{ car } \mathcal{J}_{éch} = 0$$

$$\text{et } \Delta S = nC_{pm} \ln \frac{T_f}{T_0} - nR \ln \frac{P_0}{kP_0}$$

$$\Delta S = \frac{5}{2} nR \ln \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5k} \right) - nR \ln \frac{1}{k} = k \frac{P_0V_0}{T_0} \left(\frac{5}{2} \ln \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{5k} \right) + \ln k \right)$$

On doit vérifier $\Delta S > 0$. car $\Delta S = \mathcal{J}_{crée}$.

4) Si la paroi est diatherme, la détente est irréversible monobare monotherme. on suppose un thermostat extérieur à T_0 .

Etat initial: $kP_0, V_0, T_0 \longrightarrow$ Etat final: $P_0, T_f = T_{ext} = T_0$
 $V_f = \frac{nRT_f}{P_0}$
 $V_f = kV_0$

$$W = -P_0(V_f - V_0) = -P_0V_0(k-1)$$

$$\Delta U = 0 \text{ et } Q = -W = P_0V_0(k-1)$$

$$\Delta H = 0$$

$$\text{et } \Delta S = -nR \ln \frac{P_0}{kP_0} = +nR \ln k \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathcal{J}_{éch} = \frac{Q}{T_0} = \frac{P_0V_0}{T_0}(k-1) \text{ et } \mathcal{J}_{crée} = \Delta S - \mathcal{J}_{éch} \end{array} \right.$$

$$\mathcal{J}_{crée} = nR \ln k - \frac{nR}{k} (k-1) = nR \left(\frac{1}{k} - 1 - \ln \frac{1}{k} \right)$$

$x-1-\ln x > 0$ donc $\mathcal{J}_{crée} > 0$ conformément au 2^e Principe

Exercice 20:

a) La transformation est quasi-statique pour chaque gaz. Les lois de Laplace ne sont pas applicables au gaz dans le compartiment A car ce dernier reçoit un transfert thermique de la part de la résistance par effet Joule. Le gaz dans A ne subit pas une transformation adiabatique.

Le gaz dans le compartiment B subit une compression isotherme (n mol de gaz)

à l'état final: $T_B = T_0$ (équilibre thermique)
 et $P_B = P_A$ (équilibre mécanique du piston)
 $V_B = 2V_0 - V_A \Rightarrow V_B = 20 - 12 = 8 \text{ L}$

$$\text{alors } P_B = \frac{nRT_0}{V_B} = \frac{P_0V_0}{V_B} \quad P_B = 1,25 \text{ bar}$$

le gaz dans le compartiment A: $P_A = P_B = 1,25 \text{ bar}$ (n mol)
 $V_A = 12 \text{ L}$

$$\text{et } T_A = \frac{P_A V_A}{nR} = \frac{P_A V_A}{P_0 V_0} T_0 \quad T_A = \frac{1,25}{1} \cdot \frac{12}{10} \cdot 293 = 440 \text{ K}$$

le gaz dans B subit une compression isotherme donc: $W_B = - \int_{V_0}^{V_B} P_{ext} dV$
 $W_B = -nRT_B \ln \frac{V_B}{V_0}$ d'où $Q_B = nRT_B \ln \frac{V_B}{V_0} = nRT_0 \ln \frac{V_B}{V_0} = P_0V_0 \ln \frac{V_B}{V_0}$ (car $\Delta U_B = 0$)

1^{er} Principe appliqué à l'ensemble {gaz A + gaz B}:

$$\Delta U_A + \Delta U_B = W_{tot} + Q_{tot} \text{ avec } W_{tot} = 0 \text{ (pour rigidité)} \\ Q_{tot} = Q_A + Q_B$$

$$\Delta U_A = m c_{v,m} (T_A - T_0) \quad \text{et} \quad \Delta U_B = m c_{v,m} (T_B - T_0) = 0$$

$$\Delta U_A = Q_{\text{tot}} = Q_A + Q_B \Rightarrow Q_A = \Delta U_A - Q_B$$

$$Q_A = m \frac{R}{\gamma-1} (T_A - T_0) - P_0 V_0 \ln \frac{V_B}{V_0}$$

$$Q_A = \frac{P_0 V_0}{T_0 (\gamma-1)} (T_A - T_0) - P_0 V_0 \ln \frac{V_B}{V_0}$$

$$Q_A = P_0 V_0 \left[\frac{1}{\gamma-1} \left(\frac{T_A}{T_0} - 1 \right) - \ln \frac{V_B}{V_0} \right]$$

$$\text{A.N. } Q_A = 10^5 \cdot 10^{-2} \left(\frac{1}{0,4} \left(\frac{440}{293} - 1 \right) - \ln \frac{8}{10} \right)$$

$$Q_A = 1,48 \text{ kJ.}$$

b) l'ensemble est calorifugé. le gaz B subit une transformation adiabatique réversible. On peut donc appliquer les lois de Laplace.

$$V_B = 8L \quad T_B = T_0 \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{\gamma-1} \longrightarrow T_B = 320 \text{ K.}$$

$$P_B = P_0 \left(\frac{V_0}{V_B} \right)^{\gamma} \longrightarrow P_B = 1,37 \text{ bar.}$$

Pour le gaz A, on obtient à l'état final: $V_A = 12L$ $P_A = P_B = 1,37 \text{ bar}$ (équilibre du piston)

$$\text{alors } T_A = \frac{P_A V_A}{mR} = \frac{P_A V_A}{P_0 V_0} T_0 \Rightarrow T_A = \frac{1,37}{1} \cdot \frac{12}{10} \cdot 293$$

$$T_A = 482 \text{ K}$$

1^{er} Principe appliqué à l'ensemble du cylindre:

$$\Delta U_A + \Delta U_B = W_{\text{tot}} + Q_{\text{tot}} \quad \text{avec } W_{\text{tot}} = 0 \quad \text{et} \quad Q_{\text{tot}} = Q_A$$

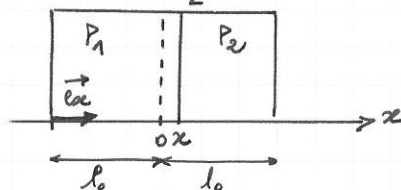
$$\text{car } Q_B = 0.$$

$$Q_A = \Delta U_A + \Delta U_B = m \frac{R}{\gamma-1} (T_A - T_0) + n \frac{R}{\gamma-1} (T_B - T_0)$$

$$Q_A = \frac{P_0 V_0}{T_0} \frac{1}{\gamma-1} (T_A + T_B - 2T_0)$$

$$Q_A = \frac{10^5 \cdot 10^{-2}}{293 \cdot 0,4} (482 + 320 - 2 \times 293) \Rightarrow Q_A = 1,84 \text{ kJ.}$$

Exercice 21: section S



Chaque gaz subit une transformation adiabatique réversible.

• Compartiment 1: $P_1 V_1^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma}$

$V_1 = (l_0 + x)S$ et $V_0 = S l_0$ donc $P_1 = P_0 \left(\frac{S l_0}{S(l_0 + x)} \right)^{\gamma}$

$P_1 = P_0 \left(\frac{1}{1 + \frac{x}{l_0}} \right)^{\gamma} = P_0 \left(1 + \frac{x}{l_0} \right)^{-\gamma}$

Comme $x \ll l_0$, DL1: $P_1 \approx P_0 \left(1 - \gamma \frac{x}{l_0} \right)$

• Compartiment 2: $P_2 V_2^{\gamma} = P_0 V_0^{\gamma} \Rightarrow P_2 = P_0 \left(\frac{V_0}{V_2} \right)^{\gamma}$ $V_0 = l_0 S$ $V_2 = (l_0 - x)S$

$P_2 = P_0 \left(\frac{l_0}{l_0 - x} \right)^{\gamma} = P_0 \left(\frac{1}{1 - \frac{x}{l_0}} \right)^{\gamma} = P_0 \left(1 - \frac{x}{l_0} \right)^{-\gamma}$

$x \ll l_0$ DL1: $P_2 \approx P_0 \left(1 + \gamma \frac{x}{l_0} \right)$

b) Force exercée sur le piston par le gaz: $\vec{F} = \vec{F}_{P,1} + \vec{F}_{P,2} = P_1 S \vec{e}_x - P_2 S \vec{e}_x$

$\vec{F} = (P_1 - P_2) S \vec{e}_x = \left(P_0 \left(1 - \gamma \frac{x}{l_0} \right) - P_0 \left(1 + \gamma \frac{x}{l_0} \right) \right) S \vec{e}_x$

$\vec{F} = -P_0 S \left(2\gamma \frac{x}{l_0} \right) \vec{e}_x$

c) - 2^e loi de Newton appliquée au piston: $m \vec{a} = \vec{F} + \vec{P} + \vec{R}$
 où $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont les poids et la réaction de la base se compensent.

$m \ddot{x} = -P_0 S 2\gamma \frac{x}{l_0}$
 $\ddot{x} + \frac{2P_0 S \gamma}{m l_0} x = 0$ soit $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{2P_0 S \gamma}{m l_0}$

C'est l'équation différentielle d'un oscillateur harmonique, de période $T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m l_0}{2P_0 S \gamma}}$